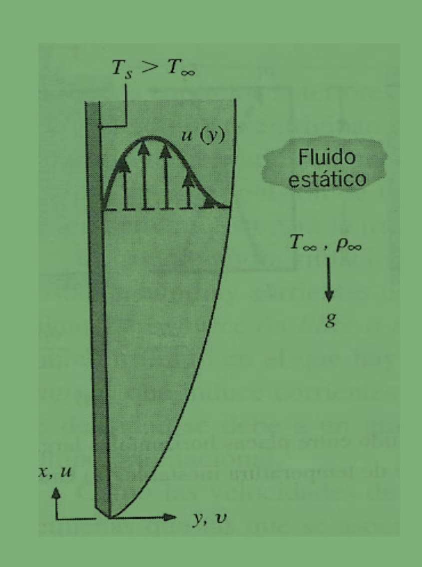
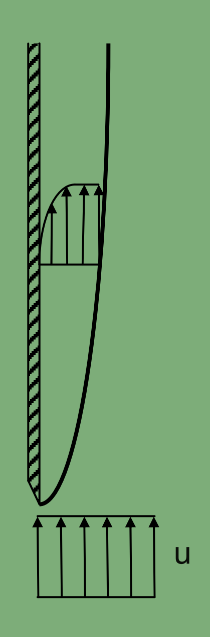
# TRANSFERENCIA DE CALOR: CONVECCIÓN


*por*

LUIS MANUEL MOCHÓN CASTRO
DANILO MAGISTRALI



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
*ARQUITECTURA*
*DE MADRID*

3-89-06

# TRANSFERENCIA DE CALOR: CONVECCIÓN

*por*

LUIS MANUEL MOCHÓN CASTRO
DANILO MAGISTRALI

**CUADERNOS**
**DEL INSTITUTO**
**JUAN DE HERRERA**
**DE LA *ESCUELA DE ARQUITECTURA DE MADRID***

**3-89-06**

C U A D E R N O S
D E L   I N S T I T U T O
J U A N   D E   H E R R E R A

**NUMERACIÓN**

2 Área
51 Autor
09 Ordinal de cuaderno (del autor)

**TEMAS**

1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN
0 VARIOS

***Transferencia de calor: convección.***

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Gestión y portada: Almudena Gil Sancho.
CUADERNO 399.01 / 3-89-06
ISBN-13 (obra completa): 978-84-9728-452-3
ISBN-13: 978-84-9728-458-5
Depósito Legal: M-13382-2013

# Índice

## 1. TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN

### CAPA LÍMITE HIDRODINÁMICA O DE VELOCIDAD

Sea una placa plana inmersa en una corriente fluida que discurre a velocidad $u_\infty$ paralelamente a la placa. La viscosidad $\mu$ del fluido da lugar a un esfuerzo cortante en las proximidades de la placa que provoca una reducción de la velocidad del flujo cerca de la misma.

Se define como capa límite de velocidad o capa límite hidrodinámica a la región en la que existe gradiente de velocidad. El espesor $\delta$ de la capa límite hidrodinámica es tal que el fluido experimenta una variación de velocidad que va desde 0 en la pared al 99% de la velocidad de la corriente libre, definida como la zona que no está perturbada por la presencia de la placa:

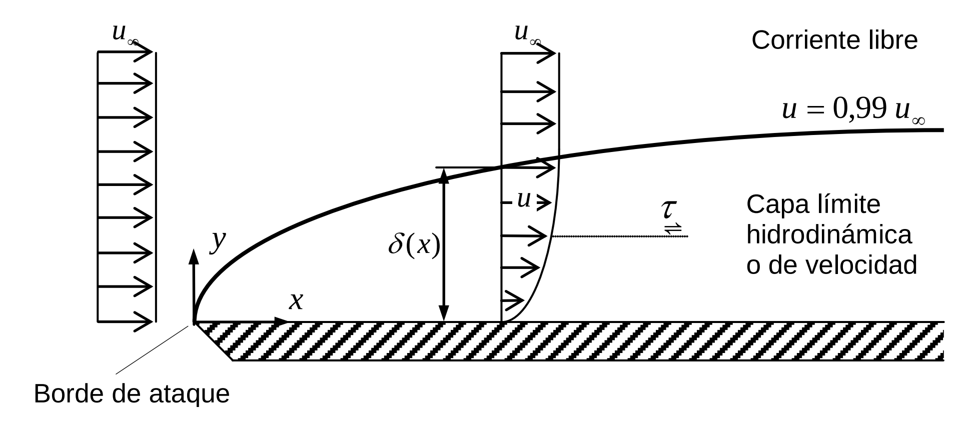



Figura 1. Capa límite hidrodinámica.

Con el incremento de la distancia al borde de ataque, el efecto de la fricción penetra tanto más en la corriente libre y el espesor de la capa límite hidrodinámica aumenta. El espacio fluido queda dividido en dos zonas:

- Corriente libre, llamada también como zona de flujo no viscoso o zona potencial:
  - La velocidad de todas las partículas fluidas es igual a la de la corriente incidente.
  - Despreciable gradiente de velocidad (consecuencia de la anterior).
  - Despreciable esfuerzo cortante (consecuencia de la anterior).

- Capa límite o zona de flujo viscoso:
  - Su espesor comienza siendo nulo en el borde de ataque.
  - Su espesor crece progresivamente con x.
  - Su espesor en un punto es pequeño comparado con la coordenada del punto, esto es $\delta(x) << x$.
  - La velocidad de las partículas fluidas es menor que la de la corriente libre y presenta cierta componente vertical.
  - Elevado gradiente de velocidad.
  - Elevado esfuerzo cortante, que se hace máximo sobre la placa, por serlo el gradiente de velocidad.

**Zonas de la capa límite**

Se distinguen dos zonas, una de flujo laminar y otra de flujo turbulento, cuyas características más significativas son:

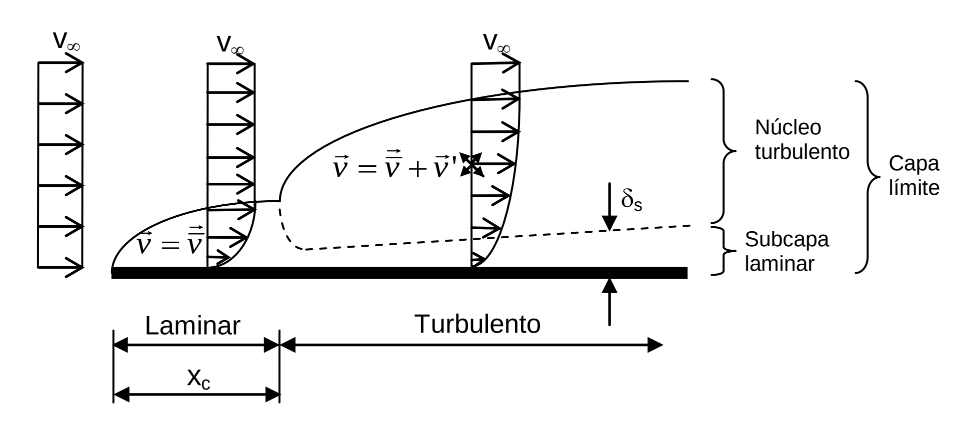



Figura 2. Zonas de la capa límite

Laminar:

- Se extiende desde el borde de ataque hasta el denominado punto de transición, lo que matemáticamente se expresa como $\mathrm{Re}_x = \frac{\mathrm{v}_\infty\, x\,\rho}{\mu} = \frac{\mathrm{v}_\infty\, x}{\nu} < \mathrm{Re}_c$
- La velocidad de las partículas coincide con su velocidad media, $\vec{\mathrm{v}} = \bar{\vec{\mathrm{v}}}$.
- Espesor de la cala límite es: $\delta = \frac{4{,}91\ x}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}$.

Turbulento:

- Se extiende desde el final de la capa límite laminar (punto de transición), hasta el borde de salida de la placa. Matemáticamente $\mathrm{Re}_x > \mathrm{Re}_c$.
- La velocidad tiene una componente aleatoria v' o de vibración espacial que se superpone a la velocidad media $\bar{\vec{\mathrm{v}}}$, esto es, $\vec{\mathrm{v}} = \bar{\vec{\mathrm{v}}} + \vec{\mathrm{v}}'$.
- Es el tipo de flujo que existe en la mayoría de las aplicaciones de interés.
- Se distingue una zona próxima a la pared con características muy parecidas a las de la capa límite laminar y a la que se denomina subcapa laminar. Dentro de ésta las partículas carecen de vibración ($\mathrm{v}' = 0$), en contraste al núcleo turbulento, donde sí existe tal vibración.
- Espesor de la capa límite: $\delta = \frac{0{,}377\, x}{\mathrm{Re}_x^{1/5}}$
- Espesor de la subcapa laminar: $\delta_s = \frac{29\, x}{\mathrm{Re}_x^{9/10}}$

La transición de flujo laminar a turbulento tiene lugar en un punto de la placa tal que $\mathrm{Re}_x$ alcanza un valor crítico $\mathrm{Re}_c$, comprendido en el intervalo $5 \cdot 10^5$ a $6 \cdot 10^6$, según la mayoría de los autores. El que $\mathrm{Re}_c$ tome un valor más próximo a uno u otro extremo va a depender del nivel de perturbación de la corriente, de manera que cuanto mayor sea dicha perturbación, $\mathrm{Re}_c$ estará más cerca de $5 \cdot 10^5$, y viceversa, $\mathrm{Re}_c$ se aproximará a $6 \cdot 10^6$ cuando el nivel de perturbación sea tanto menor. Esta perturbación puede ser

inducida bien por la placa, mediante vibración o introduciendo rugosidad superficial, o bien por interposición de pequeños elementos que generan vorticidad, como un fino hilo dispuesto perpendicularmente a la corriente incidente.

La determinación de la coordenada $x_c$ en la que tiene lugar la transición de flujo laminar en turbulento resulta de:

$$\mathrm{Re}_c = \frac{x_c \, v_\infty}{\nu} \Rightarrow x_c = \frac{\mathrm{Re}_c \, \nu}{v_\infty}$$

De donde los valores extremos mínimo y máximo de $x_c$:

$$x_{c_{\max}} = \frac{\mathrm{Re}_{c_{\max}} \, \nu}{v_\infty} = \frac{10^6 \nu}{v_\infty} \qquad x_{c_{\min}} = \frac{\mathrm{Re}_{c_{\min}} \, \nu}{v_\infty} = \frac{10^5 \nu}{v_\infty}$$

Que expresado de una forma gráfica:

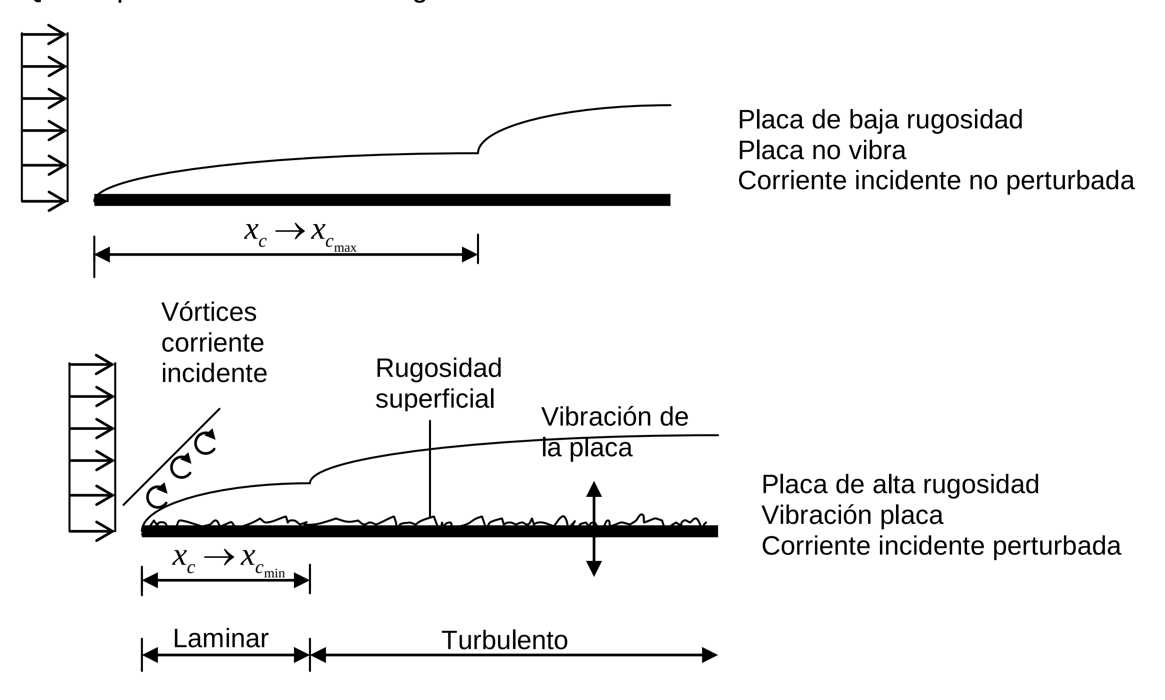



Figura 3. Transición de la capa límite laminar a turbulenta.

## CAPA LÍMITE TÉRMICA

Si la temperatura $T_\infty$ de la corriente incidente es distinta de la temperatura $T_s$ de la placa, en las proximidades de ésta se desarrollará una zona de transición entre ambas temperaturas.

Se define como capa límite térmica a la región en la que existe gradiente de temperatura. El espesor $\delta_t$ de la capa límite térmica es tal que el fluido experimenta una diferencia de temperatura igual al 99% de la diferencia existente entre la placa y la corriente libre, definida como la zona que no está perturbada térmicamente por la presencia de la placa:

Corriente libre

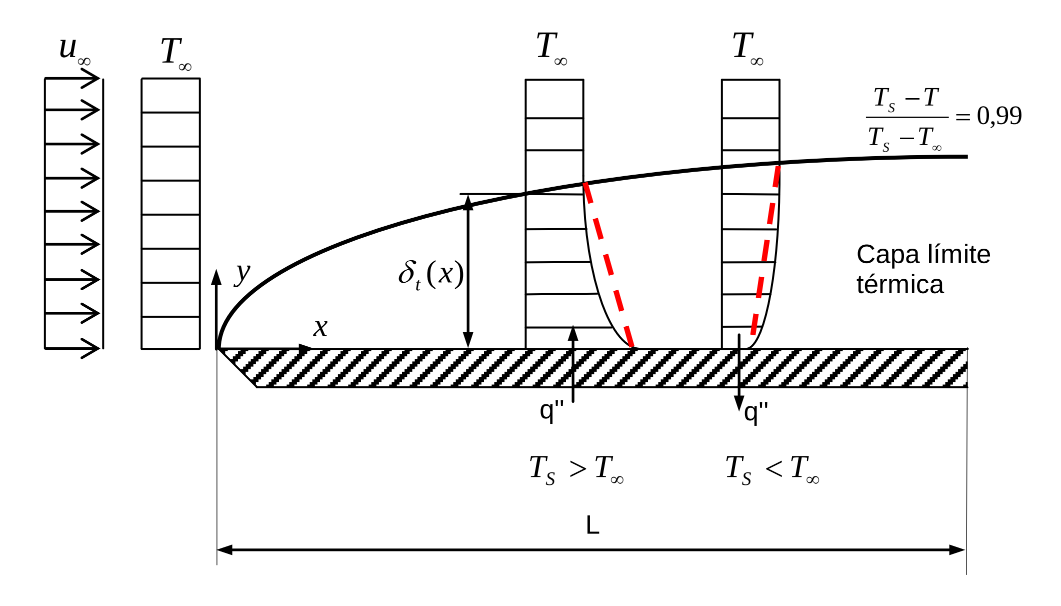



Figura 4. Capa límite térmica

Con el incremento de la distancia al borde de ataque, el efecto de la transferencia de calor penetra tanto más en la corriente libre y el espesor de la capa límite térmica crece.

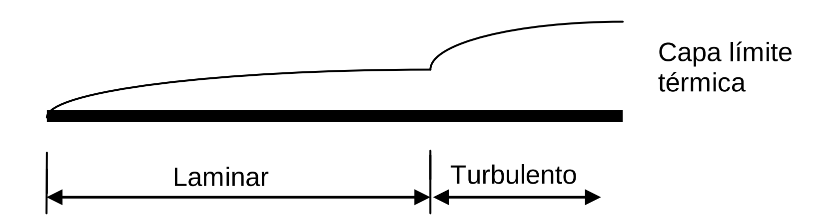
Características de la corriente libre:

- Despreciable gradiente térmico
- Despreciable transmisión de calor

Características de la capa límite:

- Elevado gradiente térmico
- Elevada transferencia de calor

Indicar que la existencia de zona laminar y turbulenta sobre la capa límite hidrodinámica, también da lugar a la misma división sobre la capa límite térmica.




Respecto a los espesores de las capas límite, decir que el de la capa límite hidrodinámica está directamente relacionado con la difusividad cinemática o viscosidad cinemática $\nu=\mu/\rho$ ($\mu$: viscosidad dinámica, $\rho$: densidad), de tal manera que cuanto mayor es $\nu$, tanto más elevado es dicho espesor. De esta forma, la capa límite de la *figura a* es representativa de una $\nu$ más pequeña que la de *la figura b*, supuesto que en ambos casos la velocidad de la corriente libre es la misma.




Idéntica relación existe entre la difusividad térmica $\alpha = k/\rho c_p$ (k: conductividad, ρ: densidad, $c_p$: calor específico) y el espesor de la capa límite térmica, es decir, el espesor de la capa límite térmica crece con α. En cualquier caso, las capas límite hidrodinámica y térmica son delgadas comparadas con las dimensiones de cuerpo sobre las que se desarrollan.

El número de Prandtl ($P_r=\nu/\alpha$) es una medida relativa de los espesores de las capas límite hidrodinámica y térmica. En concreto, para una placa plana calentada a temperatura uniforme $T_s$, la relación entre los espesores de las capas límite hidrodinámica δ y térmica $\delta_t$:

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx \sqrt[3]{P_r}$$

pudiéndose generalizar que:

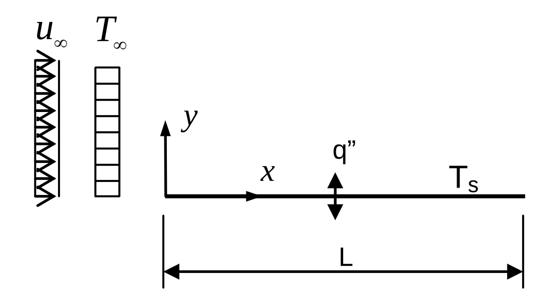
si $P_r >> 1 \Rightarrow \nu >> \alpha \Rightarrow \delta >> \delta_t$
si $P_r << 1 \Rightarrow \nu << \alpha \Rightarrow \delta << \delta_t$

y, por tanto:

| | |
|---|---|
| Metales líquidos ($P_r$~0,001): | $\delta/\delta_t$~0,1 |
| Aire ($P_r$~0,7): | $\delta/\delta_t$~1 |
| Agua ($P_r$~5): | $\delta/\delta_t$~1,8 |
| Aceites lubricación ($P_r$~1000): | $\delta/\delta_t$~10 |

**Variación cualitativa de h(x)**. El flujo de calor (potencia por unidad de área) en un punto cualquiera de la placa se puede expresar como:

$$q'' = h(T_S - T_\infty) \qquad (1.1)$$




donde h=h(x) puede variar a lo largo de la placa. Dado que el fluido en contacto con la placa está en reposo, la transferencia de calor a través de esta capa fluida tiene lugar exclusivamente por conducción, pudiéndose expresar mediante la ley de Fourier:

$$q'' = -k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (1.2)$$

siendo $k_f$ la conductividad del fluido. Combinando las ecuaciones (1) y (2), h queda como:

$$h(x) = -\frac{k_f}{T_s - T_\infty} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (1.3)$$

Una aproximación del gradiente de temperatura en la pared se puede obtener sustituyendo la ley de temperatura en la capa límite por una relación lineal (línea roja en la figura 4):

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \approx \frac{T_\infty - T_s}{\delta_t} \qquad (3')$$

y por tanto:

$$h(x) \approx -\frac{k_f}{T_s - T_\infty} \frac{T_\infty - T_s}{\delta_t} = \frac{k_f}{\delta_t}$$

Y dado que $\delta_t$ aumenta con la distancia x, h(x) disminuye con x, lo que gráficamente se recoge en la siguiente figura:

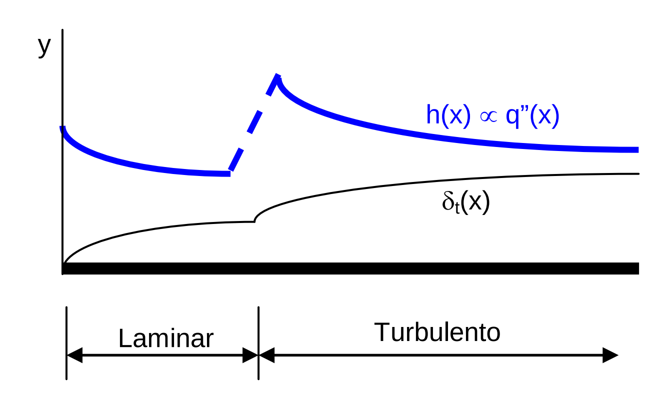



Figura 6. Evolución de h y $\delta_t$ a lo largo de una placa plana.

donde puede apreciarse que el coeficiente de convección experimenta un salto al pasar de flujo laminar a turbulento. Esto justifica el hecho que en el flujo turbulento, ya sea sobre una placa plana o sobre cualquier otro cuerpo, la potencia transferida por unidad de área o flujo de calor (q") es mayor que en flujo laminar.

Por otro lado, combinando (2) y (3'):

$$q'' \approx -k_f \frac{T_\infty - T_S}{\delta_t}$$

que indica que q"(x) disminuye a lo largo de la placa de una forma cualitativa semejante a la de h(x), experimentando también un salto discreto al pasar de la zona laminar a la turbulenta.

**Definición del valor medio de h**. La potencia calorífica total evacuada por un tramo de placa rectangular de longitud L y anchura *b*:

$$q = \int_A q'' \, dA = \int_A h(T_S - T_\infty) \, dA$$

Para el caso en que la temperatura superficial $T_s$ sea uniforme en la placa:

$$q = \int_A h(T_S - T_\infty) \; dA = \{T_S = cte\} = (T_S - T_\infty)\int_A h \, dA = \bar{h}A(T_S - T_\infty) \qquad (1.4)$$

de donde:

$$\bar{h} = \frac{1}{A}\int_A h \; dA \qquad T_s\text{=cte}$$

o bien, teniendo en cuenta que A=b·L, siendo b el ancho de la placa y L la longitud de la misma:

$$\boxed{\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h \; dx} \qquad T_s\text{=cte} \qquad (1.5)$$

A pesar de que esta expresión de $\bar{h}$ han sido obtenida bajo el supuesto que la temperatura superficial es constante ($T_s$=cte), se considera una expresión general, válida tanto si dicha temperatura superficial es constante como si no lo es.

**Potencia calorífica total intercambiada**. La definición de $\bar{h}$ hace posible el cálculo de la potencia térmica total que intercambia la placa plana de una forma sencilla mediante:

$$\boxed{q = \bar{h}A(T_S - T_\infty)} \qquad T_s\text{=cte} \qquad (1.6a)$$

la cual solamente es válida para $T_s$=cte. Cuando esta condición no se cumple, la expresión de q toma la forma:

$$\boxed{q = \bar{h}A(\overline{T_S - T_\infty})} \qquad T_s \neq \text{cte} \qquad (1.6b)$$

donde $\overline{T_S - T_\infty}$ representa el valor medio de la diferencia de la temperatura entre la superficie y el fluido.

**Definición del Número de Nusselt**. Partiendo de la ecuación (1.3):

$$h(x) = -\frac{k_f}{T_s - T_\infty}\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (1.3)$$

Se va adimensionalizar el término $\left.\partial T/\partial y\right|_{y=0}$, para lo cual se toman como variables características la longitud L de la placa y $T_s$-$T_\infty$:

$$y^* = \frac{y}{L} \qquad \rightarrow \qquad dy = L\,dy^*$$

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} \qquad \rightarrow \qquad dT = (T_S - T_\infty)\, dT^*$$

y, por tanto:

$$h = -\frac{k_f}{L} \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} \qquad (1.7)$$

donde la magnitud adimensional $-\partial T^* / \partial y^* \big|_{y^*=0}$ se denomina número de Nusselt (Nu), y tiene el significado del gradiente adimensional de temperatura del fluido en contacto con la pared. Haciendo uso de la definición de Nu, la ecuación (7) se puede reordenar como:

$$Nu = -\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = \frac{hL}{k_f} = \frac{\dfrac{L}{k_f A}}{\dfrac{1}{hA}} = \frac{R_{CONDUCTIVA\,FLUIDO}}{R_{CONVECTIVA}} \qquad (1.9)$$

de donde se obtiene la interpretación física de Nu, entendido como el cociente entre la resistencia térmica a la conducción del fluido y la resistencia convectiva.

Al igual que se ha hablado de coeficientes de convección local h(x) y medio $\bar{h}$, se puede hacer lo propio con el número de Nusselt. Nusselt local (Nu(x) o $Nu_x$) es el que toma en un punto determinado y Nusselt medio ($\overline{Nu}$) el valor promedio en toda la superficie considerada:

Nusselt local: $$Nu(x) = Nu_x = \frac{h(x)\, x}{k_f} \qquad (1.10)$$

Nusselt medio: $$\overline{Nu} = \frac{\bar{h} L}{k_f} \qquad (1.11)$$

La relación entre ambos se obtiene partiendo de la ecuación (5), sustituyendo h y $\bar{h}$ por los valores dados por (10) y (11):

$$\frac{\overline{Nu}\, k_f}{L} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{Nu_x\, k_f}{x}\, dx \qquad \rightarrow \qquad \overline{Nu} = \int_0^L \frac{Nu_x}{x}\, dx \qquad (1.12)$$

La ecuación (12) tiene la utilidad del cálculo de $\overline{Nu}$ a partir del conocimiento de $Nu_x$.

**Proceso de cálculo de la potencia térmica en problemas de transferencia de calor por convección**. Las etapas seguidas suelen ser las siguientes:

1. Determinación del número de Nusselt medio $\overline{Nu}$ asociado al problema en cuestión (vendrá condicionado por la geometría y la hidrodinámica).
2. Cálculo del coeficiente de convección medio (ecuación 11 reordenada):

$$\overline{h} = \frac{k_f\ \overline{N}_u}{L}$$

3. Determinación de la potencia térmica propiamente dicha (ecuaciones 6):

$$q = \overline{h}A(T_S - T_\infty) \qquad \text{ó} \qquad q = \overline{h}A\overline{(T_S - T_\infty)}$$

**Dependencias funcionales de las correlaciones en convección.** Lo dicho aquí está relacionado con el apartado *a* del punto anterior. Según que la convección sea forzada, natural o mixta las dependencias funcionales de Nu cambian:

Convección Forzada: $\overline{Nu} = f\,(geometría, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$

Convección natural: $\overline{Nu} = f\,(geometria, Gr, \mathrm{Pr})$

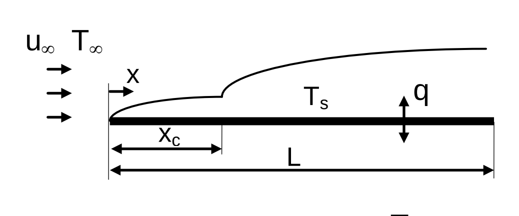
Convección Mixta: $\overline{Nu} = f\,(geometría, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, Gr)$

donde Re, Pr y Gr son los denominados números adimensionales de Reynolds, Prandtl y Grashof, cuyos significados físicos son:

| | |
|---|---|
| $\mathrm{Re} = \frac{u_\infty L}{\upsilon}$ | Fuerza de inercia entre fuerza viscosa |
| $Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\upsilon^2}$ | Fuerza de empuje entre fuerza viscosa |
| $\mathrm{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha}$ | Relación entre las difusividades cinemática y térmica |

Desde un punto de vista conceptual las correlaciones en convección forzada y natural pueden expresarse como $\overline{Nu} = C\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^n$ y $\overline{Nu} = C'Gr^{m'}\,\mathrm{Pr}^{n'}$ donde C y C' son cantidades constantes que dependen de la geometría del cuerpo (superficie plana, flujo interior a un conducto, flujo exterior a un conducto, etc). Los exponentes m, n, m' y n' pueden determinarse matemáticamente mediante el estudio exhaustivo de la capa límite, pero esto escapa del objeto de este curso, aunque en cualquier caso pueden considerarse conocidos. Por tanto, la determinación de la única constante (C ó C') requeriría de un solo ensayo. A pesar de lo dicho, estas ecuaciones sólo deben utilizarse para analizar la tendencia de Nusselt con los números adimensionales implicados y no para el cálculo preciso de $\overline{Nu}$ de cara a la resolución de problemas de transferencia de calor. En su lugar deben emplearse algunas de las múltiples ecuaciones de ajuste a datos experimentales, denominadas correlaciones, cuya tendencia es la misma que la dada por $Nu = C\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^n$ o $Nu = C'Gr^{m'}\,\mathrm{Pr}^{n'}$, y que será presentadas al final de cada capítulo de convección.

## CORRELACIONES PLACA PLANA EN CONVECCIÓN FORZADA




$$Nu_x = \frac{h_x\,x}{k} \qquad \overline{Nu}_L = \frac{\overline{h}\,L}{k}$$

$$\mathrm{Re}_x = \frac{u_\infty\,x}{\nu} \qquad \mathrm{Re}_c = \frac{u_\infty\,x_c}{\nu} \qquad \mathrm{Re}_L = \frac{u_\infty\,L}{\nu}$$ $\mathrm{Re}_c=5\cdot10^5\div6\cdot10^6$

Propiedades a temperatura de película: $T_f = \dfrac{T_\infty + T_s}{2}$

## TEMPERATURA SUPERFICIAL UNIFORME ($T_s$=cte)

Potencia calorífica: $q = \overline{h}\cdot A\cdot(T_s - T_\infty)$ $\qquad \overline{h} = \dfrac{1}{L}\int_0^L h(x)\,dx$

**Flujo laminar** (0<x<L si $\mathrm{Re}_L<\mathrm{Re}_c$):

$Nu_x = 0{,}332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ Pr>0,6

$\overline{Nu} = 0{,}664\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ Pr>0,6

Churchil & Ozoe:

$$Nu_x = \frac{0{,}3387\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\frac{0{,}0468}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}$$ $\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}>100$ ∀Pr

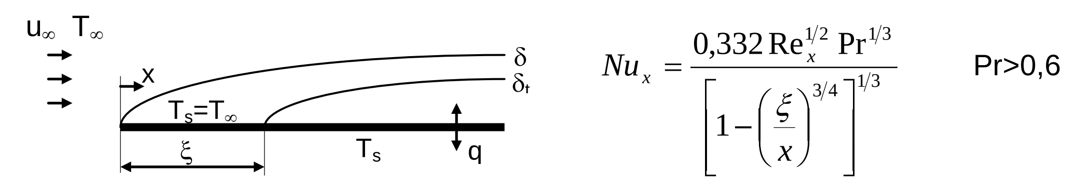
$$\overline{Nu} = \frac{0{,}6774\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\frac{0{,}0468}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}$$ $\mathrm{Re}_L\,\mathrm{Pr}>100$ ∀Pr

Metales líquidos:

$Nu_x = 0{,}565\left(\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}\right)^{1/2}$ $\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}>100$ Pr<0,05

$\overline{Nu} = 1{,}130\left(\mathrm{Re}_L\,\mathrm{Pr}\right)^{1/2}$ $\mathrm{Re}_L\,\mathrm{Pr}>100$ Pr<0,05

Placa con extremo no calentado (x>ξ):



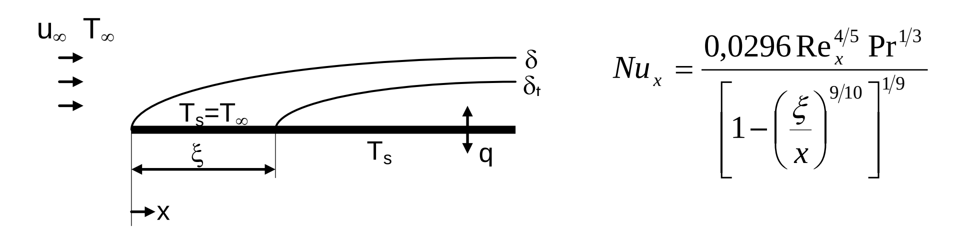

$$Nu_x = \frac{0{,}332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1-\left(\frac{\xi}{x}\right)^{3/4}\right]^{1/3}}$$ Pr>0,6

**Flujo turbulento** ($x_c$<x<L):

$Nu_x = 0{,}0296\,\mathrm{Re}_x^{4/5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ 0,6<Pr<60

$\overline{Nu} = 0{,}037\left(\mathrm{Re}_L^{4/5} - \mathrm{Re}_c^{4/5}\right)\mathrm{Pr}^{1/3}$ 0,6<Pr<60

Placa con extremo no calentado (x>ξ):




$$Nu_x = \frac{0{,}0296\,\mathrm{Re}_x^{4/5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1-\left(\frac{\xi}{x}\right)^{9/10}\right]^{1/9}}$$

**Flujo mixto** (0<x<L con tal que $\mathrm{Re}_c<\mathrm{Re}_L$):

Chilton-Colburn: $\overline{Nu} = \left[0{,}664\,\mathrm{Re}_c^{1/2} + 0{,}037\left(\mathrm{Re}_L^{4/5} - \mathrm{Re}_c^{4/5}\right)\right]\mathrm{Pr}^{1/3}$ 0,6<Pr<60, $\mathrm{Re}_L<10^8$

Witaker: $\overline{Nu} = 0{,}664\,\mathrm{Re}_c^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3} + 0{,}036\,\mathrm{Re}_L^{4/5}\,\mathrm{Pr}^{0,43}\left(1-\left(\frac{\mathrm{Re}_c}{\mathrm{Re}_L}\right)^{4/5}\right)$ 0,7<Pr<400

$\mathrm{Re}_L<3\cdot10^7$

**FLUJO DE CALOR SUPERFICIAL UNIFORME (q"=cte)**

Potencia calorífica: $q = q^{"} A = \bar{h}\,A\left(\overline{T_s - T_\infty}\right)$ $\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h(x)\,dx$

**Flujo laminar** (0<x<L si $\mathrm{Re}_L<\mathrm{Re}_c$):

$Nu_x = 0{,}453\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ Pr>0,6

$\overline{Nu} = 0{,}906\,\mathrm{Re}_L^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ Pr>0,6

**Flujo turbulento** ($x_c$<x<L):

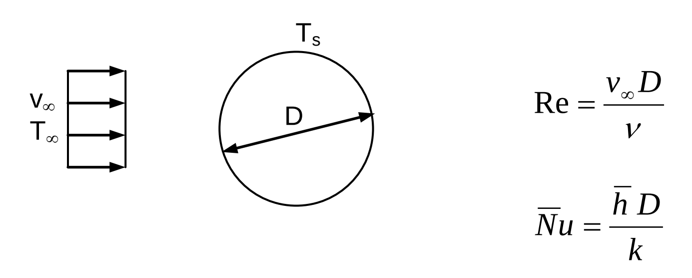
$Nu_x = 0{,}0308\,\mathrm{Re}_x^{4/5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ 0,6<Pr<60

$\overline{Nu} = 0{,}0385\left(\mathrm{Re}_L^{4/5} - \mathrm{Re}_c^{4/5}\right)\mathrm{Pr}^{1/3}$ 0,6<Pr<60

**Flujo mixto** (0<x<L con tal que $\mathrm{Re}_c<\mathrm{Re}_L$):

$\overline{Nu} = \left[0{,}906\,\mathrm{Re}_c^{1/2} + 0{,}0385\left(\mathrm{Re}_L^{4/5} - \mathrm{Re}_c^{4/5}\right)\right]\mathrm{Pr}^{1/3}$ 0,6<Pr<60

## FLUJO TANSVERSAL FORZADO A UN CILINDRO ISOTERMO




$$\mathrm{Re} = \frac{v_\infty D}{\nu}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}\, D}{k}$$

Propiedades a temperatura de película: $\dfrac{T_\infty + T_s}{2}$

Churchill & Bernstein (Pr>0,5):

$$\overline{Nu} = 0{,}3 + \frac{0{,}62\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\dfrac{0{,}4}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \qquad \mathrm{Re}<10^4$$

$$\overline{Nu} = 0{,}3 + \frac{0{,}62\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\dfrac{0{,}4}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}}{282000}\right)^{1/2}\right] \qquad 2\cdot10^4<\mathrm{Re}<4\cdot10^5$$

$$\overline{Nu} = 0{,}3 + \frac{0{,}62\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\dfrac{0{,}4}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad 4\cdot10^5<\mathrm{Re}<5\cdot10^6$$

Nakai & Okazaki:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{0{,}8237 - \ln(\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr})^{1/2}} \qquad \mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}<0{,}2$$

Hilpert: $\overline{Nu} = C\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ $\quad 0{,}4<\mathrm{Re}<4\cdot10^5 \quad \mathrm{Pr}>0{,}6$

| Re | C | m |
|---|---|---|
| 0,4-4 | 0,989 | 0,330 |
| 4-40 | 0,911 | 0,385 |
| 40-4.000 | 0,683 | 0,466 |
| 4.000-40.000 | 0,193 | 0,618 |
| 40.000-400.000 | 0,027 | 0,805 |

Cilindro circular con flujo cruzado.

| | Re | C | m |
|---|---|---|---|
| $v_\infty$ → ◇ D | 5.000-100.000 | 0,246 | 0,588 |
| □ D | 5.000-100.000 | 0,102 | 0,675 |
| ⬡ D | 5.000-19.500<br>19.500-100.000 | 0,160<br>0,0385 | 0,638<br>0,782 |
| ⬢ D | 5.000-100.000 | 0,153 | 0,638 |
| ▯ D | 4.000-15.000 | 0,228 | 0,731 |

Cilindro no circular con flujo cruzado.

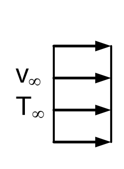
Zhukauskas. Cilindro circular. Propiedades a $T_\infty$ excepto $Pr_s$ a $T_s$.

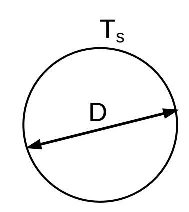
$$\overline{Nu} = C\,\mathrm{Re}^m\ \mathrm{Pr}^n \left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s}\right)^{1/4} \qquad 0{,}7<\mathrm{Pr}<500 \qquad 1<\mathrm{Re}<10^6$$

Pr≤10 → n=0,37
Pr>10 → n=0,36

| Re | C | m |
|---|---|---|
| 1-40 | 0,75 | 0,4 |
| 40-1.000 | 0,51 | 0,5 |
| 1.000-100.000 | 0,26 | 0,6 |
| 200.000-1.000.000 | 0,076 | 0,7 |

## FLUJO TANSVERSAL FORZADO A UNA ESFERA ISOTERMA




$$\mathrm{Re} = \frac{v_\infty D}{\nu}$$

$$\overline{N}_{uD} = \frac{\overline{h} D}{k}$$

Propiedades a $T_\infty$ excepto $\mu_s$ a $T_s$.

$$\overline{Nu} = 2 + \left(0{,}4\,\mathrm{Re}^{1/2} + 0{,}06\,\mathrm{Re}^{2/3}\right)\mathrm{Pr}^{0,4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

$$3{,}5 < \mathrm{Re} < 7{,}6 \cdot 10^4$$
$$0{,}71 < \mathrm{Pr} < 380$$
$$1 < \frac{\mu}{\mu_s} < 3{,}2$$

## 2. CONVECCIÓN NATURAL O LIBRE

Es debida a la acción conjunta de la diferencia de densidad en el fluido y de la gravedad. Las diferencias de densidad entre puntos de una masa fluida pueden ser debidas a gradientes de temperatura o bien a gradientes en la composición. Esto último es lo que justifica, por ejemplo, la elevación del aire húmedo debido a la menor densidad del vapor de agua. El gradiente de densidad de origen térmico en un fluido se cuantifica a través del coeficiente de dilatación volumétrica:

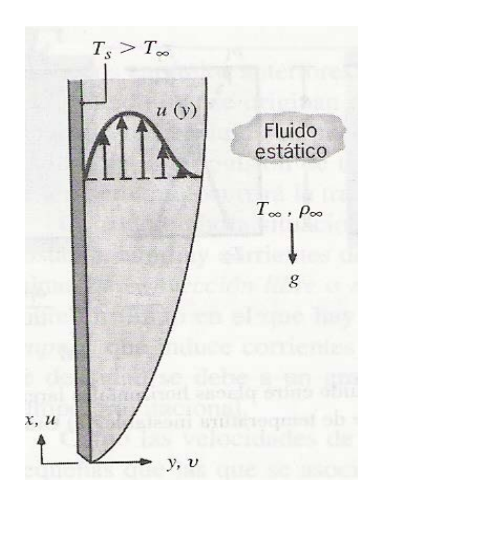
$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

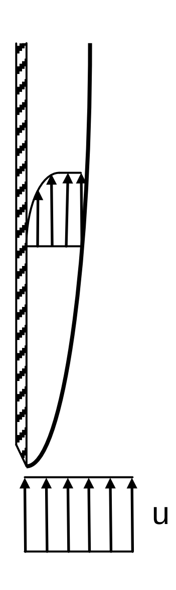
$\beta$ es una propiedad de las sustancias que en el caso de los gases ideales, y cuando no se encuentre tabulado, se puede determinar con buena aproximación mediante:

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{p}{RT}\right)_p = -\frac{1}{\rho}\left(-\frac{p}{RT^2}\right) = \frac{1}{T}$$

siendo T la temperatura absoluta; para los líquidos $\beta$ se encuentra tabulado.

Los flujos de convección natural pueden ser externos o internos, dependiendo de si están confinados parcial o totalmente por superficies. Las velocidades habituales asociadas a la convección natural son relativamente pequeñas, máximo en torno a unos 2 m/s, por lo que el coeficiente de convección natural suele ser más pequeño (~10 $W/m^{2}$·K en gases y ~50 $W/m^{2}$·K en líquidos) que en convección forzada. Como consecuencia de esto el espesor de la capa límite térmica, en términos generales, es mayor en convección natural que en convección forzada para las velocidades habituales de la corriente.



u



Convección natural

Convección forzada

Figura 1. Capas límite sobre una placa plana en convección natural y forzada.

Se demuestra que la velocidad característica que se desarrolla en convección natural sobre una superficie plana como la representada en la figura 1 viene dada por $u = \sqrt{\beta\ \Delta T\ gL}$ , lo que pone de manifiesto que aumenta con el coeficiente de dilatación volumétrica, con la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie y con la gravedad (en ausencia de gravedad no hay convección natural).

Con relación la figura 1, que representa las capas límite hidrodinámicas en sendas parades verticales, pueden hacerse las siguientes consideraciones:

- Mientras que en convección forzada la velocidad del fluido es nula en la pared y $u_\infty$ fuera de la capa límite, en convección natural la velocidad del flujo es nula en la pared y en los límites de la capa límite hidrodinámica.

- El espesor de la capa límite hidrodinámica es tanto mayor cuanto menor es la velocidad característica del fluido (inducida naturalmente en convección natural o de manera externa en convección forzada). Dado que dichas velocidades suelen ser menores en convección natural, el espesor de la capa límite suele ser más grande en ésta última. Esto mismo rige para la capa límite térmica, y dado que el flujo de potencia térmica (q’’) a través de la pared aumenta con espesores de capa límite térmica tanto más pequeños (ver capítulo introductorio de la convección), se deduce que en convección forzada la potencia térmica por convección suele ser mayor que en convección natural, o lo que es lo mismo, el coeficiente de convección es mayor en convección forzada que en convección natural.

Al igual que en el flujo forzada paralelo a una placa plana podía tener lugar una zona laminar y otra turbulenta, en flujo natural también puede darse dicha circunstancia.

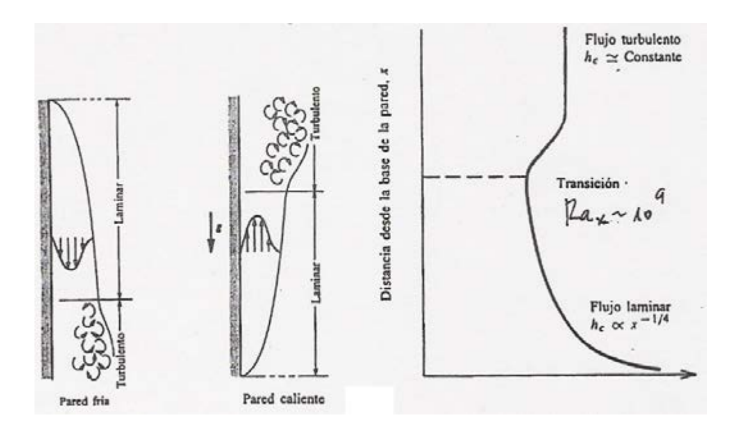



Figura 2. Capas límites laminar y turbulenta sobre puna placa plana en convección natural.

No obstante, mientras en el flujo turbulento forzado h(x) disminuía al alejarse del borde de ataque, en el flujo natural turbulento h(x) permanece prácticamente constante a lo largo de la placa.

Cuando se dan las condiciones apropiadas, el calentamiento de un fluido suele producir una corriente natural ascendente, o una corriente descendente si el fluido se enfría. Esto es sí dado que la mayoría de los fluidos experimentan una reducción de la densidad al calentarlos a presión constante y viceversa, esto es, un aumento de la densidad cuando se enfrían. Hay, no obstante algunas excepciones a esta regla. La más característica es el agua entre 0ºC y 4ºC, intervalo en el presenta un comportamiento inverso al descrito, pues en este rango al aumentar la temperatura la densidad aumenta en vez de disminuir, lo que motiva un movimiento natural inverso al descrito durante los procesos de enfriamiento y calentamiento.

El número de Reynolds no aparece explícitamente en la convección natural puesto que la velocidad inducida o velocidad característica del flujo no suele ser conocida a

priori. En su lugar interviene el número de Grashof, $Gr = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot L^3}{\nu^2}$ o el número de Rayleigh $Ra = Gr \cdot \Pr$, siendo β el coeficiente de dilatación volumétrica, *ΔT* la diferencia de temperatura característica, *g* la gravedad, α la difusividad térmica y Pr el número de Prandtl.

### *Flujo natural externo*

La figura 2 muestra el desarrollo de la capa límite en una pared vertical a distinta temperatura que la corriente libre y la evolución del coeficiente de convección $h_x$ a lo largo de una pared calentada. En tal configuración, la transición de la capa límite laminar a turbulenta ocurre cuando $Ra_x \sim 10^9$.

El flujo de calor en convección natural externa tiene la misma forma que en flujo forzado externo $q'' = h(T_s - T_\infty)$, con la única diferencia que en convección natural la velocidad no es inducida externamente sino por el propio fenómeno de tranferencia de calor. En la expresión anterior $T_s$ y $T_\infty$ son las temperaturas de la pared y de la corriente libre exterior.

En flujo externo las correlaciones entre Nu y Ra tienen la forma cualitativa:

$$Nu = C\,(Gr \cdot \Pr)^n$$

o bien:

$$Nu = C\,Ra^n$$

donde n=1/4 y 1/3 para flujos laminar y turbulento, respectivamente y donde Ra es el número de Rayleigh. Es una consecuencia inmediata de la ecuación anterior que en flujo turbulento, h es independiente de la longitud característica sobre una placa plana:

$$h_{turbulento} = \frac{Nu\ k}{L} = \frac{C\,(Gr\Pr)^{1/3} k}{L} = \frac{C}{L}\left(\frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot L^3}{\nu}\Pr\right)^{\frac{1}{3}} k = C\left(\frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g}{\nu}\Pr\right)^{\frac{1}{3}} k$$

### *Flujo natural interno*

Es el que tiene lugar en un recinto cerrado en el que existe diferencia de temperatura entre las superficies que lo limitan (paredes con cámara de aire, colector solar de placa plana, ventanas con doble acristalamiento, etc). El flujo de calor se expresa a partir de las temperaturas características de las paredes caliente ($T_H$, hot) y fría ($T_C$, cold):

$T_H$ (arriba), $T_C$ (abajo), $L$

$$q'' = h(T_H - T_C)$$

El parámetro de longitud característica para el cálculo del número de Nusselt es la separación *L* entre las placas. Si la diferencia de temperaturas $T_H$-$T_C$ es menor que el valor crítico requerido para que el flujo se vuelva inestable, el calor se transfiere por conducción y, por tanto, $q'' = \frac{k}{L}(T_H - T_C)$, de donde h=k/L, y el número de Nusselt

$Nu = \frac{hL}{k} = 1$, valor que constituye el límite inferior del número de Nusselt en las correlaciones de convección natural entre dos paredes planas.

La inestabilidad del flujo interno a partir del cual se desarrolla la convección natural está dado por el número de Rayleigh y depende de la geometría del recinto, siendo característicos los siguientes valores:

Paredes planas horizontales de espesor L de hueco:

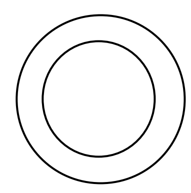
$Ra_L=1708$ (- arriba, + abajo)

$Ra_L \to \infty$ (+ arriba, - abajo)

Paredes planas verticales de espesor de hueco L:

$Ra_L=1000$

Espacio entre cilindros y esferas concéntricos: $Ra_{r_2-r_1} = 100$



**CORRELACIONES CONVECCIÓN NATURAL**
**Superficies a temperatura $T_s$ uniforme**

Cilindros y esferas de diámetro D:

$$Ra = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot D^3}{\nu^2} \Pr = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot D^3}{\nu \cdot \alpha} \quad \rightarrow \quad \bar{h} = \frac{\overline{Nu} \cdot k}{D}$$

Paredes y placas de longitud L y recintos internos con separación L entre caras:

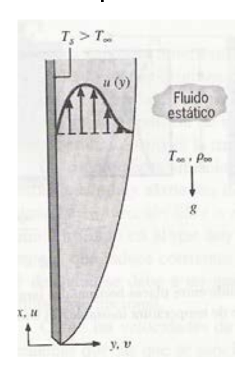
$$Ra = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot L^3}{\nu^2} \Pr = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad \rightarrow \quad \bar{h} = \frac{\overline{Nu} \cdot k}{L}$$

**FLUJO EXTERNO**

Propiedades evaluadas a la temperatura de película: $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$

**Pared vertical**

Longitud característica L: altura de la pared




Churchil & Chu:

$$\overline{Nu} = 0,68 + \frac{0,670\, Ra^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$$ Ra<$10^9$ Laminar

$$\overline{Nu} = \left\{0,825 + \frac{0,387\, Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$ Ra≥$10^9$ Turbulento

**Pared inclinada**

Longitud característica L: longitud de la pared en el sentido del flujo.

Considerar: $Ra_\theta = Ra \cdot \cos\theta' = Ra \cdot \sin\theta$

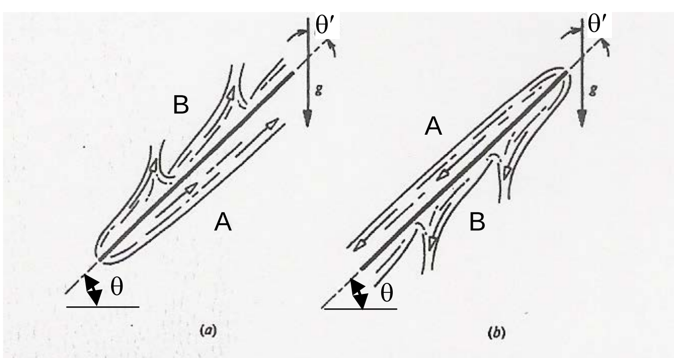


Figura 4.35 Patrones de flujo alrededor de placas inclinadas (a) calentadas y (b) enfriadas.

$$\overline{Nu} = 0{,}68 + \frac{0{,}670\, Ra_\theta^{1/4}}{\left[1+\left(\frac{0{,}492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$$

$Ra_\theta < 10^9$ Laminar

$\theta_{min} = 30º$

$$\overline{Nu} = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387\, Ra_\theta^{1/16}}{\left[1+\left(\frac{0{,}492}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

$Ra_\theta \geq 10^9$ Turbulento

$\theta_{min} = 30º$

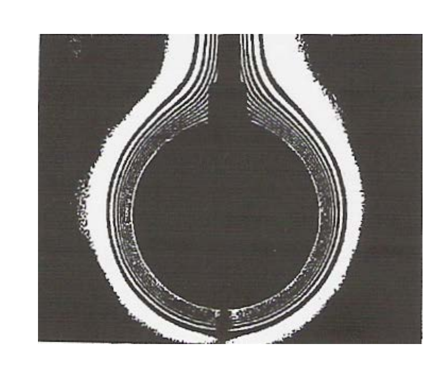
Estas correlaciones solamente son válidas para las caras A indicadas. Para las caras B hay que consultar bibliografía específica.

**Flujo alrededor de un cilindro horizontal de gran longitud**

Longitud característica D: diámetro del cilindro

Morgan: $\overline{Nu} = C \cdot Ra^n$

| Ra | C | n |
|---|---|---|
| $10^{-10}$ a $10^{-2}$ | 0,675 | 0,058 |
| $10^{-2}$ a $10^{2}$ | 1,02 | 0,148 |
| $10^{2}$ a $10^{4}$ | 0,85 | 0,188 |
| $10^{4}$ a $10^{7}$ | 0,48 | 0,25 |
| $10^{7}$ a $10^{12}$ | 0,125 | 0,333 |



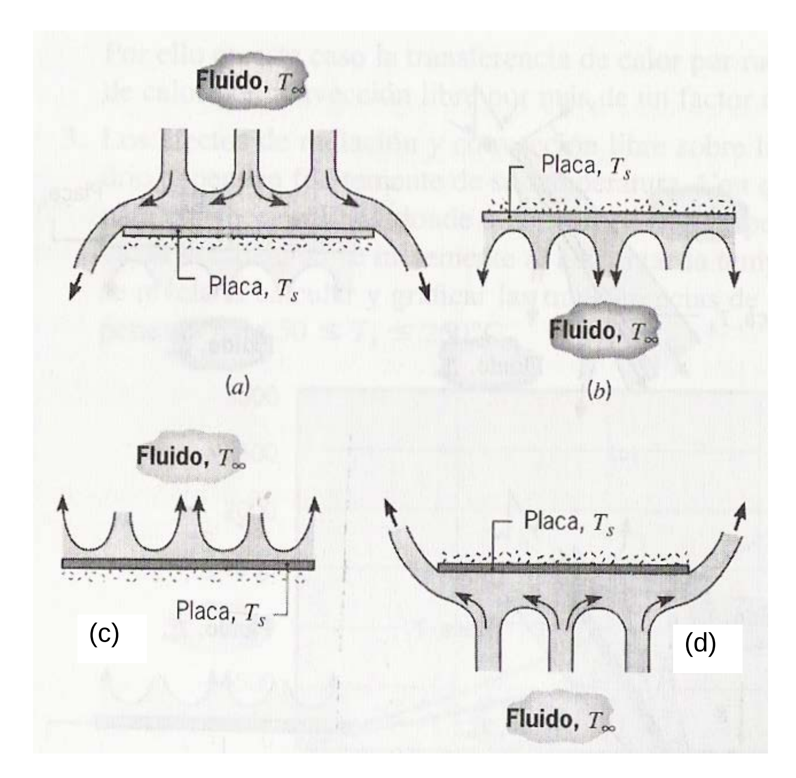
Churchill & Chu: $$\overline{Nu}_D = \left\{ 0{,}60 + \frac{0{,}387 Ra^{1/6}}{\left[ 1 + \left( \frac{0{,}559}{\Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$ Ra<$10^{12}$

**Flujo alrededor de una esfera**

Longitud característica D: diámetro de la esfera

Churchill: $$\overline{Nu} = 2 + \frac{0{,}589 Ra^{1/4}}{\left[ 1 + \left( \frac{0{,}469}{\Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}}$$ Ra<$10^{11}$ Pr>0,7

**Superficies horizontales**




a) Fluido por encima de superficie con fuerza de flotación descendente, b) Fluido por debajo de superficie con fuerza de flotación descendente, c) Fluido por encima de superficie con fuerza de flotación ascendente, d) Fuido por debajo de superficie con fuerza de flotación ascendente.

Longitud característica L=A/p, donde *A* es al área de la superficie y *p* su perímetro.

**Fluido por encima de superficie con fuerza de flotación descendente y Fuido por debajo de superficie con fuerza de flotación ascendente**

$$\overline{Nu} = 0{,}27Ra^{1/4} \qquad 10^5<Ra<10^{10}$$

**Fluido por debajo de superficie con fuerza de flotación descendente y Fluido por encima de superficie con fuerza de flotación ascendente**

$$\overline{Nu} = 0{,}54Ra^{1/4} \qquad 10^4<Ra<10^7$$

$$\overline{Nu} = 0{,}15Ra^{1/3} \qquad 10^7<Ra<10^{11}$$

**Objetos de forma arbitraria**

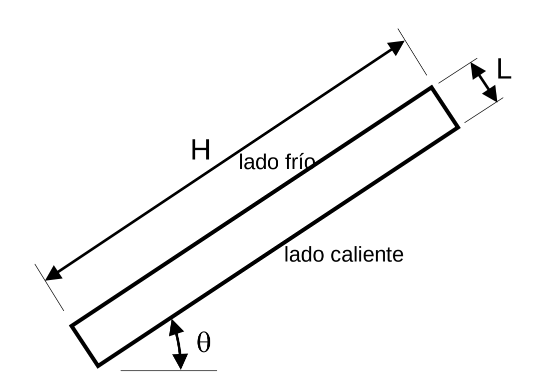
Lienhard: $\overline{Nu} = 0{,}52R_a^{1/4}$ donde debe emplearse como longitud característica la de la l capa límite térmica (L=πD/2 para cilindros y esferas).

**FLUJO INTERNO**

Propiedades evaluadas a la temperatura: $\frac{T_H + T_C}{2}$ ($T_H$: superficie caliente, $T_C$: superficie fría).

La longitud característica L viene dada por el espesor del hueco entre paredes.

**Recinto hueco rectangular inclinado** (H/L>10)




$0 \le \theta \le 60^o$ ; 0<Ra<10^5

$$\overline{Nu} = 1 + 1{,}44\left[1 - \frac{1708}{Ra\cdot\cos\theta}\right]\left[1 - \frac{1708(\sin 1{,}8\theta)^{1{,}6}}{Ra(\cos\theta)}\right] + \left[\left(\frac{Ra(\cos\theta)}{5830}\right)^{1/3} - 1\right]$$

donde los términos entre paréntesis deben hacerse nulos si resultan negativos.

$\theta = 60^o$ ; 0<Ra<10^7

$$\overline{Nu}_{60^\circ} = \max\left\{Nu_1, Nu_2\right\}$$

$$Nu_1 = \left\{1 + \left[\frac{0{,}0936 Ra^{0,314}}{1 + \left\{\frac{0{,}5}{\left[1 + (Ra/3160)^{20,6}\right]^{0,1}}\right\}}\right]^7\right\}^{1/7}$$

$$Nu_2 = \left(0{,}104 + \frac{0{,}175}{H/L}\right) Ra^{0,283}$$

$60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

$$\overline{Nu} = \left(\frac{90-\theta}{30}\right)\overline{Nu}_{60^\circ} + \left(\frac{\theta - 60}{30}\right)\overline{Nu}_{90^\circ}$$

$\theta = 90^\circ$ ; $10^3$<Ra<$10^7$

$$\overline{Nu}_{90^\circ} = \max\left\{Nu_1, Nu_2, Nu_3\right\}$$

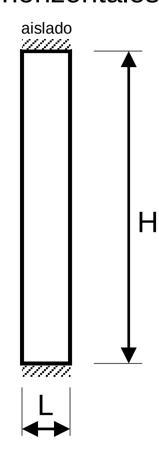
$$Nu_1 = 0{,}0605 Ra^{1/3}$$

$$Nu_2 = \left\{1 + \left[\frac{0{,}104 Ra^{0,293}}{1 + \left(\frac{6310}{Ra}\right)^{1,36}}\right]^3\right\}^{1/3}$$

$$Nu_3 = 0{,}242\left(\frac{Ra}{H/L}\right)^{0,272}$$

$\overline{Nu}_{90^\circ} = 1$ para $Ra \leq 1000$

**Recinto hueco vertical** (superficies horizontales aisladas)

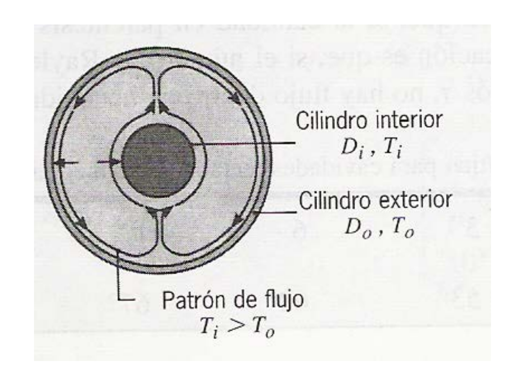


$$Nu = 0{,}18\left(\frac{\Pr}{0{,}2+\Pr}Ra\right)^{0,29} \qquad \begin{array}{c} 1 < H/L < 2 \\ 10^{-3} < \Pr < 10^{5} \\ 10^{3} < \dfrac{Ra \cdot \Pr}{0{,}2+\Pr} \end{array}$$

$$Nu = 0{,}22\left(\frac{\Pr}{0{,}2+\Pr}Ra\right)^{0,28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \qquad \begin{array}{c} 2 < H/L < 10 \\ \Pr < 10^{5} \\ 10^{3} < Ra < 10^{10} \end{array}$$

$$Nu = 0{,}42 Ra^{1/4} \Pr^{0,012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0,3} \qquad \begin{array}{c} 10 < H/L < 40 \\ 1 < \Pr < 2 \cdot 10^{4} \\ 10^{4} < Ra < 10^{7} \end{array}$$

**Cilindros largos concéntricos**




Longitud característica: $L = \dfrac{D_0 - D_i}{2}$

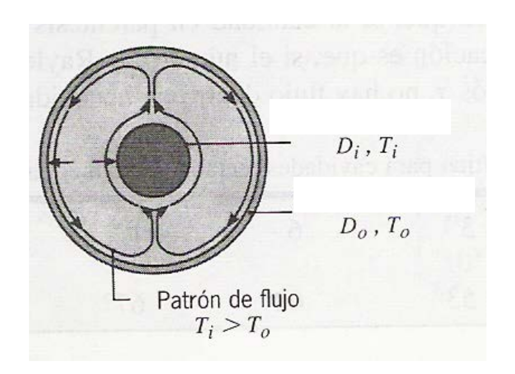
$$q = \frac{\Delta T}{\dfrac{\ln \dfrac{D_0}{D_i}}{2\pi k_{ef} L}}$$

$$k_{ef} = k \qquad Ra^{*} < 100$$

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0{,}368\left(\frac{\Pr}{0{,}861+\Pr}\right)^{1/4}\left(Ra^{*}\right)^{1/4} \qquad 10^{2} < Ra^{*} < 10^{7}$$

$$Ra^{*} = \frac{\left(\ln \dfrac{D_0}{D_i}\right)^{4}}{L^{3}\left(\dfrac{1}{D_i^{3/5}} + \dfrac{1}{D_0^{3/5}}\right)^{5}} Ra$$

**Esferas concéntricas**




Longitud característica: $L = \dfrac{D_0 - D_i}{2}$

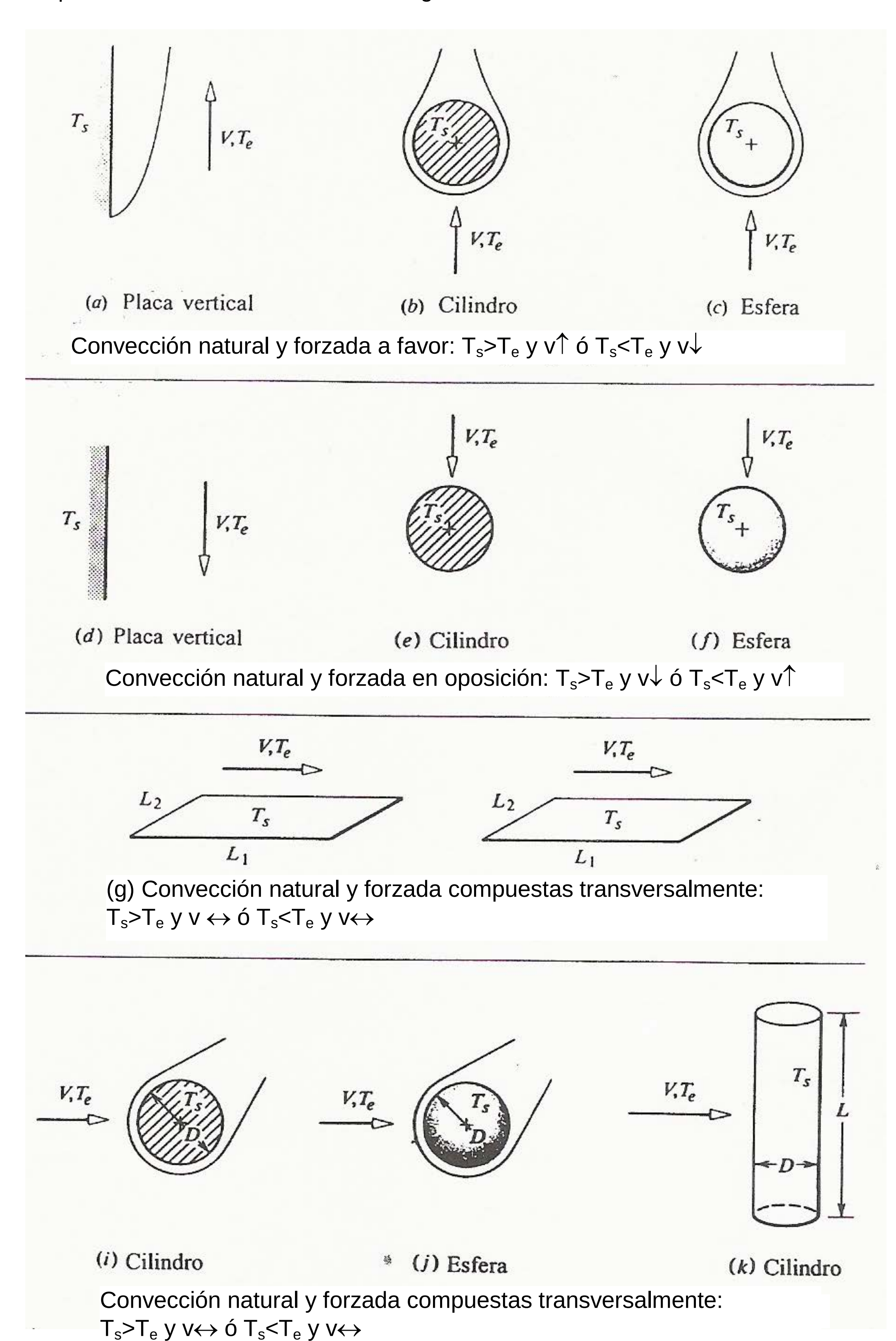
$$q = \frac{\Delta T}{\dfrac{L}{D_i\, D_0\, k_{ef}\, \pi}}$$

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0{,}74 \left( \frac{\Pr}{0{,}861 + \Pr} \right)^{1/4} \left( Ra^* \right)^{1/4} \qquad 10^2 < Ra^* < 10^4$$

$$Ra^* = \frac{L}{\left( D_0\, D_i \right)^4} \frac{Ra}{\left( \dfrac{1}{D_i^{7/5}} + \dfrac{1}{D_0^{7/5}} \right)^5}$$

## 3. CONVECCIÓN MIXTA

Es la que tiene lugar cuando la convección natural y la forzada están presentes deforma significativa ambas. Algunos esquemas de convección mixta, entre los muchos posibles, se muestran en la tabla siguiente:



Si $\overline{Nu}_n$ representa el número de Nusselt de la convección natural y $\overline{Nu}_f$ el Nusselt de la convección forzada, Churchill propone las siguientes correlaciones para la determinación del Nusselt mixto ($\overline{Nu}$):

1. Flujo de capas límite laminares o turbulentas con convección natural y forzada a favor sobre placas verticales, cilindros o esferas (figuras a, b y c).

$$(\overline{Nu} - \overline{Nu}_0)^3 = (\overline{Nu}_f - \overline{Nu}_0)^3 + (\overline{Nu}_n - \overline{Nu}_0)^3$$

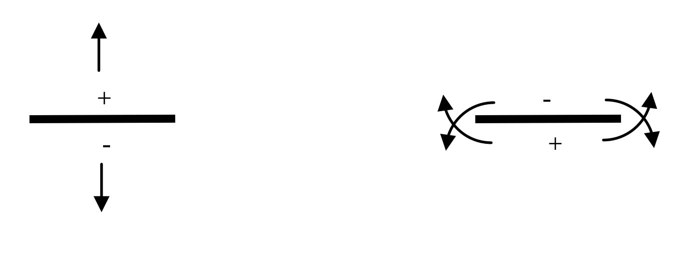
   donde $Nu_0$=0, 0,3 y 2 para placas, cilindros y esferas, respectivamente (estos valores de $\overline{Nu}_0$ se conservan en el resto de las correlaciones donde aparezcan). La validez de esta ecuación esta bien contrastada para flujos laminares pero no tanto para flujos turbulentos.

2. Flujo de capa límite con convección natural y forzada en oposición (figuras d, e y f):

$$(\overline{Nu} - \overline{Nu}_0)^3 = \left|(\overline{Nu}_f - \overline{Nu}_0)^3 - (\overline{Nu}_n - \overline{Nu}_0)^3\right|$$

3. Flujo forzado de capa límite sobre una placa horizontal con convección natural y forzada compuestas transversalmente (figuras g y h):

$$\overline{Nu}^{7/2} = \overline{Nu}_f^{7/2} \pm \overline{Nu}_n^{7/2} \quad ; \qquad L_1 < L_2$$




$$\overline{Nu}^{7/2} = \overline{Nu}_f^{7/2} + \overline{Nu}_n^{7/2} \qquad\qquad \overline{Nu}^{7/2} = \overline{Nu}_f^{7/2} - \overline{Nu}_n^{7/2}$$

   donde el signo positivo se aplica cuando se calienta el fluido del lado superior o se enfría del lado inferior, y viceversa para el signo negativo. El límite de validez de esta ecuación es $\overline{Nu} > 0$.

4. Flujo cruzado alrededor de un cilindro o una esfera con convección natural y forzada compuestas transversalmente (figuras i, j y k):

$$(\overline{Nu} - \overline{Nu}_0)^4 = (\overline{Nu}_f - \overline{Nu}_0)^4 + (\overline{Nu}_n - \overline{Nu}_0)^4$$

La raya superior sobre los Nusselt ($\overline{Nu}$) en las correlaciones, indica que solo son aplicables sobre los valores medios de Nu y nunca sobre valores locales.

Es claro que estas reglas de combinación para la convección mixta son más bien burdas, sin embargo, resultan adecuadas para la mayoría de los propósitos del ingeniero. Las correlaciones para la convección mixta en flujos internos son más complicadas, para lo cual hay que acudir a bibliografía específica. Nosotros, simplemente no las consideraremos en este curso de introducción a la transferencia de calor.

El criterio para establecer si en un proceso convectivo mixto (existen efectos naturales y externos) domina la convección forzada, la convección natural o es verdaderamente mixto, se recoge en la tabla siguiente:

| | Pr≤1 (metales líquidos y aire) | Pr→∞ (aceites) |
|---|---|---|
| Convección forzada | $Gr/\mathrm{Re}^2 << 1$ | $Gr/\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}^2 << 1$ |
| Convección mixta | $Gr/\mathrm{Re}^2 \approx 1$ | $Gr/\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}^2 \approx 1$ |
| Convección natural | $Gr/\mathrm{Re}^2 >> 1$ | $Gr/\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}^2 >> 1$ |

donde Gr es el número de Grashof que se obtiene a partir del número de Rayleigh (Ra) y de Prandtl (Pr):

$$Gr = \frac{Ra}{\mathrm{Pr}} = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot L^3}{\nu^2} = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha}\mathrm{Pr}$$

La importancia de la tabla anterior es doble:

- Permite establecer si en un proceso de transferencia de calor por convección mixta, domina la convección natural, la forzada o hay contribución significativa de ambas.
- Permite el cálculo simplificado de la convección como forzada o natural cuando la otra es despreciable.

Se considerará:

- $Gr/\mathrm{Re}^2 << 1$ si $Gr/\mathrm{Re}^2 < 0{,}1$
- $Gr/\mathrm{Re}^2 >> 1$ si $Gr/\mathrm{Re}^2 > 10$

Idem para $Gr/\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}^2$.

## Bibliografía

Incropera, Frank P.; DeWitt, David P. *Fundamentos de Transferencia de Calor.* Ed. Pearson.

Kreith,Frank; Bohn, Mark S. *Principios de Transferencia de Calor*. Thomsom Learning.

Nellis,Gregory; Klein, Sanford. *Heat Transfer*. Cambridge University Press.

# NOTAS

**CUADERNO**




Cuadernos.ijh@gmail.com
info@mairea-libros.com

